Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D9313634

1. Докажите, что любая кривая второго порядка в некоторой декартовой системе координат задается одним из трех типов приведенных уравнений
$$\lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + c = 0, \quad \lambda_1 x_1^2 + c = 0, \quad \lambda_1 x_1^2 + 2\beta x_2 = 0,$$
где все коэффициенты ненулевые, кроме, возможно, величины c.

2. Пусть $C = AB$, где A и B — невырожденные матрицы, и пусть $\hat{C}$, $\hat{A}$, $\hat{B}$ — соответствующие присоединенные матрицы. Докажите, что $\hat{C} = \hat{B}\hat{A}$.

3. Пусть $a(x)$ и $b(x)$ — ненулевые многочлены с коэффициентами из некоторого поля и пусть $d(x)$ — их наибольший общий делитель. Докажите, что существуют многочлены $u(x)$ и $v(x)$, для которых $a(x)u(x) + b(x)v(x) = d(x)$, $\deg u(x) < \deg b(x)$, $\deg b(x) < \deg a(x)$.

4. Ранг матрицы A равен r. Докажите, что $r \times r$-подматрица на пересечении произвольных линейно независимых строк и линейно независимых столбцов матрицы A будет невырожденной.